**Abstract syntax:** $N \in$ **Nml** = binary numerals
$I \in$ **Int** = binary integers
$F \in$ **Frac** = binary fractions

$N ::= I\ .\ F$
$I ::= B \mid I\ B$
$F ::= B \mid B\ F$
$B ::= 0 \mid 1$

**Semantic domain:** **Z** = real numbers

**Semantic functions:** $\mathcal{N}\#\colon \mathbf{Nml} \to \mathbf{Z}$
$\mathcal{I}\#\colon \mathbf{Int} \to \mathbf{Z}$
$\mathcal{F}\#\colon \mathbf{Frac} \to \mathbf{Z}$

$\mathcal{N}\#[\![I\ .\ F]\!] = \mathcal{I}\#[\![I]\!] + \mathcal{F}\#[\![F]\!]$
$\mathcal{I}\#[\![I\ B]\!] = 2 * \mathcal{I}\#[\![I]\!] + \mathcal{I}\#[\![B]\!]$
$\mathcal{I}\#[\![0]\!] = 0$
$\mathcal{I}\#[\![1]\!] = 1$
$\mathcal{F}\#[\![B\ F]\!] = \mathcal{F}\#[\![B]\!] + \mathcal{F}\#[\![F]\!]/2$
$\mathcal{F}\#[\![0]\!] = 0$
$\mathcal{F}\#[\![1]\!] = 1/2$

**Test case:** 1101.01

$$
\begin{aligned}
\mathcal{N}\#[\![1101.01]\!] &= \mathcal{I}\#[\![1101]\!] + \mathcal{F}\#[\![01]\!] \\
&= (2 * \mathcal{I}\#[\![110]\!] + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + \mathcal{F}\#[\![1]\!]/2) \\
&= (2*(2 * \mathcal{I}\#[\![11]\!] + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + \mathcal{F}\#[\![1]\!]/2) \\
&= (2*(2*(2 * \mathcal{I}\#[\![1]\!] + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + \mathcal{F}\#[\![1]\!]/2) \\
&= (2*(2*(2*1 + 1) + 0) + 1) + (0 + (1/2)/2)
\end{aligned}
$$

**Another test case:** 101100.001101 = 32 + 8 + 4 + .125 + .0625 + .015625 = 44.203125

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{N}\#[\![101100.001101]\!] = \\
&\quad = \mathcal{I}\#[\![101100]\!] + \mathcal{F}\#[\![001101]\!] \\
&\quad = (2 * \mathcal{I}\#[\![10110]\!] + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) \\
&\qquad + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + \mathcal{F}\#[\![01101]\!]/2) \\
&\quad = (2*(2 * \mathcal{I}\#[\![1011]\!] + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) \\
&\qquad + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + \mathcal{F}\#[\![1101]\!]/2)/2) \\
&\quad = (2*(2*(2 * \mathcal{I}\#[\![101]\!] + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) \\
&\qquad + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + (\mathcal{F}\#[\![1]\!] + \mathcal{F}\#[\![101]\!]/2)/2)/2) \\
&\quad = (2*(2*(2*(2 * \mathcal{I}\#[\![10]\!] + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) \\
&\qquad + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + (\mathcal{F}\#[\![1]\!] + (\mathcal{F}\#[\![1]\!] + \mathcal{F}\#[\![01]\!]/2)/2)/2)/2) \\
&\quad = (2*(2*(2*(2*(2 * \mathcal{I}\#[\![1]\!] + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + \mathcal{I}\#[\![1]\!]) + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) + \mathcal{I}\#[\![0]\!]) \\
&\qquad + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + (\mathcal{F}\#[\![1]\!] + (\mathcal{F}\#[\![1]\!] + (\mathcal{F}\#[\![0]\!] + \mathcal{F}\#[\![1]\!]/2)/2)/2)/2)/2) \\
&\quad = (2*(2*(2*(2*(2*1 + 0) + 1) + 1) + 0) + 0) \\
&\qquad + (0 + (0 + (1/2 + (1/2 + (0 + 1/2/2)/2)/2)/2)/2) \\
&\quad = 44.203125
\end{aligned}
$$